

Nouvelles du Vide

Premier Episode - Ø 1

Jean-Yves Beziau

(Université du Brésil, Rio de Janeiro, Centre Brésilien de la Recherche Scientifique et Académie Brésilienne de Philosophie)

jyb@ufrj.br

Résumé. Il s'agit du premier épisode d'une série d'articles sur l'ensemble vide, explorant les aspects mathématiques, logiques, philosophiques et sémiotiques d'un tel ensemble, ainsi que son histoire. Nous commençons dans une première partie par rappeler que le symbole de l'ensemble vide a été introduit par André Weil et nous présentons notre investigation comme un défi à l'impossibilité, postulée par Simone Weil, de vulgariser les mathématiques de par leur complexe multiplicité. Nous faisons ensuite des remarques sur la méthodologie feuilletonesque proposée pour développer une réflexion sur le sujet. Dans une deuxième partie nous analysons l'expression "l'ensemble vide" d'un point de vue syntaxique et sémantique en la mettant en rapport avec le rien et le néant, en discutant de sa capitalisation et de son articulation, de sa qualité de nom propre et de description définie. Nous mettons en contraste dans une troisième partie cette approche linguistique avec le vertige de la pensée. Dans une quatrième partie, une sorte d'épilogue, nous expliquons comment cette recherche sera poursuivie, en indiquant une liste de questions et de sujets qui seront examinés.

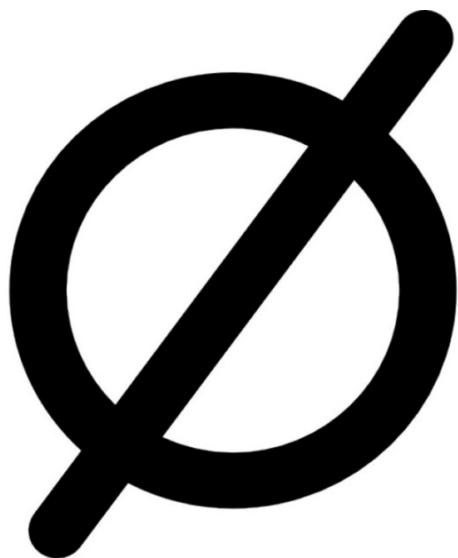
Mots-clés. Ensemble vide, théorie des ensembles, rien, néant, vide.

Abstract. This is the first episode of a series of articles on the empty ensemble, exploring the mathematical, logical, philosophical and semiotic aspects of such a set, as well as its history. We start in a first part by recalling that the symbol of the empty set was introduced by André Weil and we present our investigation as a challenge to the impossibility of popularizing mathematics, due to their complex multiplicity, as postulated by Simone Weil. We then make remarks on the proposed serial methodology to develop a reflection on the subject. In a second part we analyze the expression "empty set" from a syntactic and semantic point of view by putting it in relation to nothing and nothingness, by discussing its capitalization and articulation, its quality of proper name and definite description. We contrast in a third part this linguistic approach with the vertigo of thought. In a fourth part, a sort of epilogue, we explain how this research will be continued, indicating a list of questions and topics that will be examined.

Keywords. Empty set, set theory, nothing, nothingness, emptiness.

1. Une pensée arborigène en voie de développement à partir de l'ensemble vide

L'ensemble vide est une icône des mathématiques modernes, symbolisée par l'une même de ses figures emblématiques, André Weil (1906-1998), fondateur du groupe Bourbaki.



Que se cache derrière ce symbole? Une simple idée? une théorie? une mystérieuse entité? Non pas de seule texture sémiotique, mais ayant une véritable nature philosophique? mathématique? logique? C'est ce que nous allons examiner dans cet article en nous exerçant à développer une pensée qui s'élève sur une plateforme carrée soutenue par les quatre princesses invoquées.

La soeur d'André Weil, Simone Weil (1909-1943), écrivait:

La mathématique n'est pas vulgarisable. Pourquoi? Justement à cause de la part du hasard, de l'imprévu, qui fait qu'elle n'est pas une. Pas moyen d'ouvrir quelques vastes avenues qu'on puisse parcourir du regard sans y entrer -- il faut entrer dedans. (Weil 1940-42)

Ici nous entrerons dans la mathématique à travers le vide, en essayant d'échapper à la vulgarité et tout en prenant soin de rester compréhensible, ainsi que de garder une perspective générale plus ample que celle des mathématiques, de la philosophie des mathématiques ou de la métamathématique. Tout cela dans l'esprit d'un précédent article intitulé *MANY 1 - A Transversal Imaginative Journey across the Realm of Mathematics* (Beziau 2017), où nous avons également défié la déclaration

de Simone Weil en tentant de montrer l'unité de la mathématique, promue par son propre frère (en particulier au niveau symbolique par la singularisation des "mathématiques" en "mathématique"), à travers et malgré sa multiplicité.

Notre feuilleton est aussi bien au sujet de l'ensemble vide que de la méthode employée pour le penser et l'écrire. Il y a plusieurs manières d'écrire. Tout d'abord notons qu'il existe aujourd'hui principalement deux formats pour traiter d'un sujet: article ou monographie. Ces formats diffèrent principalement par la longueur : un article est relativement court (en moyenne entre 10 et 50 pages), une monographie est en général dix fois plus longue (en moyenne entre 100 pages et 500 pages).

Un article est publié dans un journal ou un livre comprenant d'autres articles plus ou moins liés, la variation de thématique pouvant être d'ordre très grand. Donnons deux exemples typiques: un livre réunissant les articles présentés lors du *Premier Congrès International sur l'Ensemble Vide* qui a eu lieu à Nilopolis du 18 au 28 brumaire 1999, le journal *Studia Patamatematica* publiant des articles en tout genre tournant autour des mathématiques. Une monographie quant à elle peut être publiée sous forme de thèse universitaire et/ou de livre commercialisé.

Notons ensuite que dans les deux cas, article et livre, il est possible d'écrire usant différentes méthodes, par exemple une méthode en spirale qui consiste à écrire en boucle, ce qui peut assurer une certaine cohérence (cf. Halmos, 1973). Cette méthode peut être métaphoriquement comparée à celle de battre les blancs en neige ou de faire monter la mayonnaise. Mais, comme dans ces cas culinaires, le résultat n'est pas garanti, il faut maîtriser la technique, et la technique de la pensée est certainement moins palpable et mécanisable que la technique culinaire. Il n'y a pas de recette miracle.

Ici, plutôt que la méthode qui consiste à tourner en rond comme une toupie avec l'espoir de décoller, nous suivrons une autre méthode, plus simple et plus classique, une méthode linéaire suivant laquelle on avance sans revenir en arrière, ce qui n'empêche pas de garder en vue ce qui a été fait pour développer une bonne progression. Nous avançons ainsi pas à pas, graduellement.

Cela dit nous prétendons innover en proposant une nouvelle méthode qui consiste à développer notre recherche en plusieurs étapes clairement et bien distinguées. Chaque étape ou épisode consiste en un article. Au niveau de la succession temporelle nous avons un ordre linéaire et discret.

Chaque article est écrit l'un après l'autre et il y a un intervalle entre chacun. L'intervalle entre deux de ces épisodes est lui aussi à discrétion.

Suivant la symbolique de *La Logique dans l'Avion* nous essaierons toutefois de ne pas trop piétiner, de ne pas en rester au niveau des platitudes, de bien prendre notre envol et ensuite de garder un bon rythme de croisière n'excluant pas certaines piquées.¹

Notons également que si l'ordre de notre pensée sera linéaire du point de vue de la succession d'écriture des articles, il ne le sera pas au niveau sémantique, du développement des idées. Ce sera un ordre avec des bifurcations, explorant toutes les voies possibles, sans pour autant que l'on se perde dans un stérile labyrinthe. Notre chemin pourra aussi avoir la forme de la spirale, non pas en réécrivant ce qui a déjà été écrit mais en revoyant d'une perspective plus haute ce qui a déjà été entrevu, dans un processus d'élévation.

Ecrire permet de développer ses idées, en les couchant sur le papier. Ce faisant on travaille plus systématiquement et plus précisément. Ce qui n'était que des idées en l'air, batifolements ou papillonnements de la pensée, commence à gagner une certaine consistance, prendre racine et croître comme un arbre, avec de multiples branches, qui donne naissance à de nombreux fruits.

L'autre intérêt majeur de l'écriture c'est d'être lu. Etre lu est un échange qui peut être à sens unique ou à double sens. Dans le cas du sens unique, l'un écrit, d'autres lisent. Dans le cas du double sens, les autres non seulement lisent mais aussi écrivent, et ce qu'ils écrivent est lu notamment par le premier qui écrit de nouveau en fonction de cela, et ainsi de suite. Ce processus à double sens correspond de fait au déploiement habituel de la recherche académique, qui est collective.

Ici nous allons cependant développer ce double sens de façon plus systématique en écrivant une série d'articles ayant une véritable continuité, en dépit de son discret aspect. Nous espérons, entre deux articles sur l'ensemble vide, recevoir des retours de nos lecteurs et en bénéficier pour poursuivre notre route, pour faire croître l'arbre de notre pensée sur le vide. Nous privilégions ainsi une méthode dialectique au sens platonicien, mais peut-être au final opérerons nous une grande synthèse hégélienne.

¹ Nous avons présenté une conférence sur l'ensemble vide liée à cet article le 21 août 2019 dans le séminaire *Lógica no Avião* de l'Université de Brasília.



2. L'ensemble vide : expression singulière

On peut penser que l'ensemble vide est quelque chose de si trivial et si insignifiant qu'il n'y a *rien* à en dire : "Circulez, il n'y a rien à voir". Du rien, il n'y a rien à dire. Mais l'ensemble vide est-il vraiment bel et bien une sorte de rien? N'a-t-il pas une plus grande épaisseur, envergure, douceur? Ou alors est-il moins que rien? Ou encore, n'est-ce qu'un rien de moins?

Il y a deux différences claires entre "rien" et "l'ensemble vide". La première, la plus superficielle, est purement syntaxique: d'un côté nous avons un mot, de l'autre un groupe de mots, singularité vs. pluralité. La pluralité ne permet pas forcément de faire la différence. Le nom complet de l'homme mieux connu sous le sobriquet de "Pedro I" est "Pedro de Alcântara Francisco António João Carlos Xavier de Paula Miguel Rafael Joaquim José Gonzaga Pascoal Cipriano Serafim de Bragança e Bourbon". Une multiplicité de mots qui n'a pas le même facteur d'impact que "l'Empereur du Brésil", qui se range lui plutôt du côté de "l'ensemble vide".

L'autre différence est sémiologique. D'un côté il n'y a aucun rapport entre "rien" et le vide qu'il désigne, en d'autres termes "rien" est une expression arbitraire. De l'autre côté il y a une expression symbolique qui nous parle. Une symbolique qui s'oppose à l'arbitraire: l'expression décrit la chose. C'est toutefois fois une symbolique qui nous parle par combinaison de concepts et non de manière pictogrammatique (cf. Beziau, 2014 et 2019).

Le mot “rien” est un substantif, c’est dire qu’il désigne une substance, du moins en principe, comme “vache”, “lait”, “fromage”. Mais c’est plutôt un terme singulier désignant (une substance qui est) une chose singulière, à moins que l’on ne le considère comme un nom massif (*Mass Noun*, comme on dit outre-Manche). Ce serait une hypothèse dont il faudrait assumer les conséquences, cela de fait le mettrait du côté du lait, voire du fromage, tout en le distinguant clairement il est vrai de la vache.

On peut le traiter de façon moins originale, mais plus singulière, le mettre dans le même panier pêle-mêle avec : “La Tour Eiffel”, “Zéro”, “Le Vide”, “Dieu”, “La Statue de la Liberté”. C’est-à-dire le mettre dans la bassine des noms propres.

Ce serait une raison de le capitaliser. Toutefois, aussi propre “Rien” soit-il, sa capitalisation peut faire sourciller le quidam qui soupçonnera une suspecte hypostasiation, similaire à la transformation de l’argent en “Argent”, du ciel en “Ciel”, du tout en “Tout”. Pour Quidam cela revient au même que de voir derrière une bêtise une Grosse Bêtise ... ce qui ne mène à rien, si ce n’est au “Rien”, qui n’est rien d’autre que le “Rien”, une élucubration syntaxique.

Cependant même si la bêtise domine souvent la pensée humaine, il n’empêche que dans la capitalisation du rien en Rien il peut y avoir quelque chose à gagner, pour employer le vocabulaire du marketing de la victoire. *Gros à gagner* ce serait peut-être trop dire, de même que *rien à perdre* serait une fausse piste, un engagement marchandé à vide. Cette capitalisation nous élève, nous permettant de voir derrière une banalité quelque chose de plus essentiel, de dépasser le sens transmis dans l’ambiance d’une vaporeuse confusion.

Le mécanisme syntaxique du passage inattendu à la majuscule éveille notre attention, qui peut ensuite être fortement déçue, comme elle le serait face à une personne qui lève les bras en l’air simplement pour attirer l’attention sur elle. Le petit “rien” n’est pas grand chose, le capitaliser est-ce l’unique manière de le rendre important?

L’ensemble vide est lui-même très rarement capitalisé et nous ne savons même pas si nous lui en ferons enfin l’honneur ici. Pour prendre la défense de la non capitalisation de l’ensemble vide, notons qu’en français la captialisation est à l’oeuvre plutôt pour les mots qui désignent des célébrités comme Napoléon Bonaparte que des êtres abstraits, qui peut-être du fait même de leur abstraction semblent anonymes.

C'est la raison d'ailleurs pour laquelle Quidam a pu être étonné de la capitalisation du rien, une manière artificielle et arbitraire de transformer un sinistre anonyme en une célébrité. De fait l'anonymat du rien peut paraître plus fondamentale que celle de l'ensemble vide, qui lui au moins a une identité mathématique certifiée par Zermelo & Fraenkel, Von Neumann & Bernays ou Quine & Quine.

Si le rien n'est rien de plus que l'ensemble vide, tout va bien, mais s'il est moins que lui alors nous nous engouffrons peut-être avec sa capitalisation dans une vaseuse néantitude. Toutefois rien est peut-être une entité supérieure à l'ensemble vide, qui ne serait qu'une petite porte, ou une petite fenêtre, nous offrant une fascinante perspective sur l'horizon du rien.

En français il y a des noms propres qui sont articulés (i.e. précédés d'un article) et d'autres qui ne le sont généralement pas, en particulier les noms propres de personnes, tel que "Charles". Si l'on fait précéder "Charles" d'un article, cela le particularise : "le Charles", qui est par exemple l'homme du village qui tient l'épicerie au coin de l'église.

Mais il y a un phénomène d'articulation qui est différent de celui-ci, comme l'articulation du néant. Cette articulation a lieu de pair avec la capitalisation: Le Néant! (nous avons à titre symbolique capitalisé ici aussi l'article déterminé le présentant, mais ce genre d'inflation de la capitalisation n'est pas souvent pratiqué). C'est une double promotion au stade d'entité supérieure. Partir de rien pour arriver à "le Rien" paraît plus suspect que d'aller du néant à "le Néant". Le fait est que "rien" est peut-être le frère syncatégorématique de "néant". Ce serait aussi la raison pour laquelle, avec le rien, faire le premier pas de la capitalisation semble déjà bizarre.

Par contre le vide s'articule bien : le Vide! "Le Néant" et "le Vide", sont-ce là deux frères jumeaux comme nos deux épiciers du coin de l'église : "le Charles" et "le Alain"? En fait on peut voir ou prévoir derrière ces deux articulations deux tendances. Le vide est pensé par contraste au partiellement occupé, voire au plein. Le néant quant à lui est pensé par opposition à l'être. Ces deux tendances ne sont pas diamétralement opposées, mais elles diffèrent pourrait-on tout de même dire géométriquement, si l'on constate que le vide se configure dans une dimension triangulaire, alors que le néant apparaît plus platement dans la binarité. Avec la binarité dirait Tarte Ampyonne on peut aller très loin, voire partout. "Cela reste à voir !" pourrait lui répliquer Tare Tenppion.

Dans le cas de la théorie des ensembles, l'opposant de "l'ensemble vide", ce n'est pas "l'ensemble plein", mais "l'ensemble universel", célèbre par le fait qu'il soit plein de lui-même, ou en tout cas se contenant assurément, et qu'il puisse mener à des paradoxes (ou non). Mais ce qui va passionner le "working" théoricien des ensembles par opposition au dangereux fondamentaliste de la patate ce sont toutes les créatures intermédiaires entre le rien et tout, l'infinie multiplicité et variété de ceux qui peuplent le zoo ensembliste, du petit zéro aux grands cardinaux. A côté de cela le philosophe qui jongle avec le Néant et l'Être lui semble être un intellectuel à deux balles, pour ne pas dire un agité du bocal, à qui la jungle des alephs donne la nausée.

"L'ensemble vide" est articulé sans pour autant être un nom propre. C'est un processus qui mène à ce que l'on appelle une *description définie*. Comme un nom propre, la description définie désigne un individu singulier, mais non pas en le baptisant de façon arbitraire et/ou sommaire, mais en le décrivant et/ou le qualifiant. "L'ensemble vide" désigne discursivement un ensemble qui est vide. "Le Néant" sommairement désigne la néanterie, un design sans fioritures.

C'est l'une des raisons d'ailleurs pour laquelle un nom propre peut être soupçonné de ne rien désigner du tout, si n'est une fiction ou un maître de fiction : Polichinelle, Homère ou Dieu. Mais la description définie peut nous conduire à une plus grande illusion, qui est un vide encore plus abyssal, celle d'avoir l'impression que ce dont on parle a un sens: "l'astre le plus éloigné de la terre", "le plus grand nombre premier", "l'élève le plus intelligent de la classe". Et à partir de tels non-sens on peut déployer le non sens jusqu'à l'infini, voire au transfini : l'élève le plus intelligent de la classe a démontré que l'astre le plus éloigné de la terre se trouvait à une distance correspondant au plus grand nombre premier.

"L'ensemble vide", en tant que description définie, s'approche plus de "la Tour Eiffel" et de "la Statue de la Liberté" que du "Néant". Et "L'ensemble vide" est plus proche de "la Statue de la Liberté", car dans les deux cas il y a une combinaison entre deux notions équitables, alors que dans le cas de "la Tour Eiffel" nous avons un assemblage déséquilibré entre la notion de tour et l'individu à qui elle est attribuée.

Mais dans le cas de "l'ensemble vide" et de "la Statue de la Liberté", l'équilibre est-il parfait et la relation entre les deux notions est-elle de même nature? La Statue de la Liberté est une statue représentant la liberté. Peut-

on en dire autant de l'ensemble vide? Est-il un ensemble représentant le vide? Ce n'est pas "l'Ensemble du Vide" !

L'ensemble vide est plus proche du grand schtroumpf. Parmi tous les schtroumpfs, il y a en un qui a la qualité d'être grand et on le désigne donc naturellement par "le grand schtroumpf". Unicité et existence nous dirait la catégoricienne. Notons toutefois que sa grandeur est métaphorique car il est en fait de même taille que tous les autres petits schtroumpfs qui sont bleus par contraste avec lui qui est rouge. Pourquoi ne l'appelle-t-on donc pas "le schtroumpf rouge"? Nous pouvons transposer cette schtroumpfe question au cas de l'ensemble vide. La qualité vide ne caractérise-t-elle pas cet ensemble que métaphoriquement et n'aurait-il pas une qualité superficielle qui puisse le faire rougir? Nous traiterons de ces questions dans un prochain épisode. Revenons à l'ensemble vide dans sa simple noirceure, prenant la bête par les cornes.

Peut-on vraiment réduire le vide à une qualité ou bien l'ensemble vide n'est-il pas une manière de cerner le vide? En fait la théorie des ensembles ne thématise pas vraiment le vide, peut-être l'ensemble vide n'est pour elle qu'un point de départ. Il faut bien partir de quelque part même pour aller nulle part. Partir de rien c'est le plus facile, reste à savoir si à partir de rien on peut aller beaucoup plus loin que l'épicerie du coin.

Mais qu'est-ce qui intéresse le théoricien des ensembles, si ce n'est l'ensemble vide? On peut donner deux réponses subcontraires : (1) tous les ensembles, (2) la notion d'ensemble. Il y a bien sûr aussi ceux qui s'intéressent aux applications de la théorie des ensembles, qu'elles soient fondamentalistes ou non. Et entre le pur intérêt et l'intérêt pratique il y a plein de variations.

Quoiqu'il en soit insistons sur le fait que l'ensemble vide est avant tout l'objet de la théorie des ensembles. Hors de cette théorie son existence est tout au plus poétique. La théorie des ensembles se déploie en une infinité de systèmes : la théorie des ensembles de La Motte-Picquet-Grenelle, celle de La Vallée Poussine, la théorie des classes Sauciales à la Parmentier, pour ne citer que quelques exemples.

Et la théorie des ensembles peut aussi être considérée à un stade naif (Halmos, 1960) , une bouillie, une soupe à partir de laquelle ces théories émergent et parfois retombent ou replongent pour s'élever de nouveau. Si l'on veut comprendre ce qu'est l'ensemble vide, l'on doit donc avoir en vue non seulement son gentil petit visage \emptyset mais tout le bing bang qui vient avec, sinon on risque de se couper les ailes avant même de décoller.



3. L'ensemble vide et le vertige de la pensée

Tarte Ampyonne pourrait nous dire que dans ce premier épisode nous avons suivi une méthode s'alignant sur celle de la *philosophie du langage*. Mais Tare Tenppion va l'aider à rectifier le tir, sur la base de deux raisons principales.

D'une part l'expression "philosophie du langage" désigne un certain courant philosophique spécifique proche de la philosophie analytique, développé par d'illustres penseurs, tels que Gottlob Frege (1848-1925), Rudolf Carnap (1891-1970), Bertrand Russell (1872-1970), Kurt Gödel (1906-1978), Ludwig Wittgenstein (1889-1951) ou Saul Kripke (1940-) (trouvez l'erreur). Notre approche a des ressemblances avec ce courant mais ne s'y réduit pas.

Et pourquoi pas? Notre pensée s'est développée ici par une étude du rapport entre des formulations linguistiques et les idées correspondantes. Il est vrai que le langage a d'une certaine manière la première place car c'est par lui que nous avons commencé, en prenant "rien" comme planche à sauter et repasser. Mais nous ne prétendons pas en rester là, dieu merci.

Cette analyse linguistique nous permet de décrire certains mécanismes qui automatisent notre pensée, masquant des significations plus profondes qui ne demandent qu'à être éveillées. Sous les pavés, la plage, et puis peut-être le paradis. Ce n'est cependant pas garanti par le fabricant. Et il faut être capable de ne pas se perdre dans le mécanisme et lors de cette analyse prendre bien soin de maintenir le cap de notre esprit vers la compréhension que ce mécanisme a automatisé, à tort ou à raison. L'analyse d'un

mécanisme nous offre un champ immense et varié dans lequel on peut se perdre, mais qui peut également nous ouvrir un horizon encore plus extraordinaire, ciselé dans le mécanisme.

Louis Pauwels (1920-1997) écrivait:

Les logiciens se posaient la question: que peut la philosophie à l'âge de la science? Pas grand-chose. Ils lui trouvèrent un petit emploi: poser des questions sur le langage. Quand vous parlez d'une chose, le philosophe vous demandera : comment en parlez-vous? Que signifie la façon dont vous en parlez? (...) Désormais l'affaire de la philosophie, c'est une réflexion sur la notion de signification ; une critique des conventions du langage ; une nouvelle analyse du langage. La philosophie n'a rien à dire sur l'homme et sur le monde. Elle s'occupera de la façon dont nous parlons de l'homme et du monde. Pas du contenu de ce que nous disons. (Pauwels 1974)

Peut-être la critique de Pauwels est-elle un peu sévère, mais quoiqu'il en soit notre intention est bien de ne pas tomber dans cet écueil, sorte de soda mental qui nous fait rester au ras des pâquerettes, cultivant une philosophie terre à terre, n'ayant aucune perspective abyssale.

Notre rapport avec le langage se déploie dans une perspective qui reste poétiquement correct mais qui est beaucoup plus *sémiotique* que la philosophie du langage, avec une envergure symbolique créative (cf. nos récents articles, en particulier Beziau 2017 et 2018).

Pour nous le langage n'est ni un simple outil, ni un objet d'étude inerte disséquable. Nous développons notre pensée dans une dynamique d'interaction avec le langage, une sorte de jeu du chat et de la souris. Le langage est plutôt la petite bête à qui nous tirons les oreilles. Toutefois le langage peut également devenir un gros tigre qui s'amuse à pousser à bout, tordre et retordre les mesquineries de la pensée. Nous essayons de donner autant d'importance aux deux côtés du miroir: le langage et la pensée, cherchant un juste équilibre.

Notre méthode peut être vue comme un mélange réussi entre la philosophie du langage anglo-saxonne tirée à quatre épingles par les cheveux et le délire linguistique néo-structuraliste post-moderne échevelé, prenant ce qu'il y a de mieux des deux côtés : Razoïr d'Ockham à la Poudre d'Escampette, accompagné d'un Carré de Badiouerie à la crème Chantilly, le tout arrosé d'un château Bertrand de la Rousselle 1905.

Quoiqu'il en soit nous avons bien l'intention d'affronter l'ensemble vide lui-même et de ne pas en rester au niveau de "l'ensemble vide". Nous ne

nous contenterons pas de tourner en rond, comme un chien après sa queue, autour de “l’ensemble vide”, au risque de finir par tomber dans le trou malgré la rambarde de sécurité : \emptyset

Ce premier épisode n’est pas encore un vrai décollage, plutôt une petite pirouette, un amuse-gueule. C’est une préparation du terrain pour l’ascension, pour affronter le véritable *vertige de la pensée*.



4. Prochains épisodes

Afin de mettre l’eau à la bouche à nos lecteurs et lectrices, nous présentons une liste des questions qui seront étudiées d’une manière ou d’une autre dans les prochains épisodes :

- L’histoire de l’ensemble vide : où, quand, comment et pourquoi cette notion est-elle apparue ?
- La multiplicité du vide : les différentes axiomatisations et définitions de l’ensemble vide.
- Sémiotique du symbole “ \emptyset ”.
- L’ensemble vide: un zéro absolu ? (Etude de la relation entre deux créatures mathématiques soeurs.)
- La place de l’ensemble vide dans la théorie des ensembles : point de départ, ancrage et/ou fondement ?
- Quel est le sens philosophique - s’il en est un- de l’ensemble vide ?

- Pourquoi en théorie des modèles suppose-t-on que le domaine est non vide ? Me peut-on accepter le vide pour quelque théorie que ce soit (cf. Fraïssé, 1982), y compris en théorie des ensembles?
- L'ensemble vide: une illusion d'optique intellectuelle?
- L'ensemble vide et la liberté mathématique: quel est le rapport de la fameuse liberté mathématique proclamée haute et courte par le père de la théorie des ensembles, Georg Cantor (1845-1918), et l'ensemble vide?
- Sexualité de l'ensemble vide (une histoire d'amour lacanienne).
- L'ensemble vide comme ordinal, cardinal et absorbant.
- L'ensemble vide: objet logique ou objet mathématique?

Comme on peut le constater, ces questions sont très diverses. Certaines sont plus générales, d'autres plus particulières. Il y a une variation de précision au sens courant et au sens technique. Certaines directions sont plus philosophiques, d'autres plus linguistiques, d'autres plus mathématiques, d'autres plus logiques.

Pour employer une terminologie militaire, chère au Général Bourbaki (1948), nous cernons l'ensemble vide sous tous les fronts. Mais pour que nous arrivions à la victoire, il faut qu'il y ait une bonne coordination entre tous les bataillons.

Bibliographie

J.-Y. Beziau, "La puissance du symbole", in J.-Y. Beziau (ed), *La Pointure du Symbole*, Petra, Paris, 2014, pp.9-34.

J.-Y. Beziau, "MANY 1 - A Transversal Imaginative Journey across the Realm of Mathematics", in M. Chakraborty and M. Friend (eds), Special Issue on Mathematical Pluralism of the *Journal of Indian Council of Philosophical Research*, 34, (2017), pp 259--287.

J.-Y. Beziau, "Being aware of rational animals", in G. Dodig-Crnkovic and R. Giovagnoli (eds), *Representation and Reality: Humans, Animals and Machines*, Springer International Publishing, Cham, 2017, pp.319--331.

J.-Y. Beziau, "The Pyramid of Meaning", in J. Ceuppens, H. Smessaert, J. van Craenenbroeck and G. Vanden Wyngaerd (eds), *A Coat of Many Colours - D60*, Bruxelles, 2018.

J.-Y. Beziau, "Arbitrariness Symbolic Key", in *The arbitrariness of the sign in question (Proceedings of a CLG100 workshop, Geneva January 10-12, 2017)*, College Publications, Londres, 2019.

J.-Y. Beziau, "Three Sisters : Philosophy, Mathematics and Logic", in N. Nabais and O. Pombo (ed), *O lugar da Filosofia da Ciência na nova Universidade de Lisboa*, Université de Lisbonne, 2013, pp.271--291.

N. Bourbaki, "L'architecture des mathématiques — La mathématique ou les mathématiques ?", in F. le Lionnais (Ed), *Les grands courants de la pensée mathématique*, Cahiers du Sud, 1948, pp. 35--47.

R. Fraïssé, "La zérologie: une recherche aux frontières de la logique et de l'art: applications a la logique des relations de base vide", *International Logic Review*, Vol. 26. 1982. pp.27--29.

P. Halmos, *Naive set theory*, Van Nostrand, New York, 1960.

P. Halmos, "How to write mathematics", in N.E. Steenrod, P.R. Halmos, M.M. Schiffer, J.A. Dieudonné, *How to write mathematics*, American Mathematical Society, Providence, 1973, pp.19--41.

L. Pauwels, *Ce que je crois*, Paris, Grasset, 1974.

B. Russell, "On Denoting", *Mind*, 14 (56), 1905, pp.479--493

A. Weil, *Souvenirs d'apprentissage*, Birkhäuser, Bâle, 1991.

S. Weil, *Cahiers I*, Plon, Paris, 1940--1942.

Remerciements

Je remercie mes collègues Décio Krause, Alexandre Costa-Leite et Rodrigo Freire ainsi que mes élèves Guilherme Schettini et Manuel Mouteira.